**ΗΥ200 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**QUIZ #1**

**ΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

Κωσταντίνος Μουτσινάς

ΑΕΜ: 1002

Τμήμα Α΄

***Άσκηση 1:***

Ομοίως με το πρώτο βήμα υπολογίζω για το 2ο βήμα, πολλαπλασιάζοντας κατάλληλα…

([0 -4,8 -1,56] [-96,208]) \* -16,8/-4,8

Και προκύπτει…

[0 -16,8 -5,46] [336,728]

|  |
| --- |
| 106,8 |
| -96,208 |
| -235,968 |

|  |
| --- |
| α1 |
| α2 |
| α3 |

$\begin{matrix}25&5&1\\0&-4,8&-1,56\\0&0&0,70416\end{matrix}$\* =

Δηλαδή αφαιρουμε την γραμμη αυτή από την τριτη γραμμη και εχουμε τον παραπάνω πινακα…

*3ο βήμα (πίσω αντικατάσταση):*

25\*α1 + 5\*α2 + α3 = 106,8 =>

* 25\*α1 + 5\*19,6905 + 1,08571 = 106,8 =>
* 25\*α1 + 98,4525 + 1,08571 = 106,8 =>
* 25\*α1 = 7,26179 =>
* α1 = 0,29047

***Άσκηση 2:***

**Σωστή: Β**

 Διότι με τον αλγόριθμο LU παραγοντοποίησης , έχουμε τις πληροφορίες που θέλουμε για τους πολλαπλασιαστές και τα αποτελέσματα του πίνακα, μετά την εφαρμογή Gauss, οι οποίες θα είναι ίδιες σε πολλά συστήματα . Αυτό ισχύει, διότι η μόνη διαφορά αυτών των συστημάτων είναι τα δεύτερα μέρη, τα οποία δεν επηρεάζουν καθόλου την μορφή των LU.

***Άσκηση 3:***

**Σωστή: Α**

Πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την 1η γραμμή με τον πολλαπλασιαστή L21= 10/25 = (0.4). Επομένως…

 [25\*10/25 5\*10/25 4\*10/25]

Έτσι το στοιχείο [2,2] = 8-5\*0,4 =6

Νέος πολλ/στής:

L31=8/25= 0,32

Έτσι προκύπτει…

[3,2]=12 - 5\*0,32=10,4

Νέος πολλ/στής:

L32=10,4/6=1.73333333

***Άσκηση 4:***

**Σωστή: C**

Με απαλοιφη Gauss, πολλαπλασιαζουμε την δευτερη γραμμη με τον πολλαπλασιαστη 12/8 ...

[8\*12/8 16\*12/8]

Οπότε καταλήγουμε:

$$\begin{matrix}25&5&4\\0&8&16\\0&0&-2\end{matrix}$$

***Άσκηση 5:***

**Σωστή: A**

Βρίσκοντας πόσα δευτερόλεπτα χρειάζεται για να τελειώσει μια πράξη εφαρμόζοντας την μέθοδο των 3 και έπειτα λαμβάνοντας υπόψη ότι η διαφορά των 2 μεθόδων είναι ότι στην μέθοδο LU , και σύμφωνα τον τύπο της πολυπλοκότητας της μεθόδου Gauss, βρίσκουμε και τους 2 επιπλέον αυτούς πίνακες, και καταλήγουμε σε αυτό το αποτέλεσμα.

***Άσκηση 6:***

**Σωστές: Β, C, D**

Από τον ορισμό ενός πίνακα έχει μοναδική λύση, αν και μόνο αν…

1. A είναι αντιστρέψιμος

2. detA μη-μηδενική

3. Το ομογενές σύστημα, Ax=0, έχει μοναδική λύση τη

μηδενική

4. Οι στήλες ή οι γραμμές του Α είναι γραμμικά

ανεξάρτητες.

***Άσκηση 7:***

**Σωστή: Β**

Δεν είναι το D, γιατί δεν περιέχει κάποια αρχικοποίηση της μεταβλητής z1, και στην περίπτωση που το i είναι 2 και το j=1, το sum χρειάζεται την μεταβλητή z1 για να υπολογιστεί, αλλα αυτή δεν έχει πάρει πιο πρίν κάποια τιμή.

Δεν είναι το Α, διότι διατρέχοντας διαδοχικά τον κώδικα, βλέπουμε ότι όταν το i είναι 2 και το j=2 , τότε για την εύρεση του sum χρειάζεται να ξέρουμε την τιμή του z2, η οποία όμως δεν έχει αρχικοποιηθεί κάπου πριν. Αρχικοποιείται μετά το εσωτερικό for loop.

Δεν είναι το C, γιατί δεν περιέχει κάποια αρχικοποίηση της μεταβλητής sum, δηλάδη δεν θα περιέχει τίποτα η μεταβλητή.

***Άσκηση 8:***

**Σωστή: D**

Καθώς, γνωρίζοντας από τον ορισμό του Θεωρήματος Gauss η ανω τριγωνική μορφη είναι αυτή που χρησιμεύει στην προς τα πισω αντικατασταση.

***Άσκηση 9:***

**Σωστή: Β**

Καθώς άν καποιος οδηγος είναι 0 αυτό σημαινει ότι δεν μπορει να υπαρξει πολλαπλασιαστης αρα δεν μπορει να γινει η απαλοιφη του Gauss. Δηλαδή ο πινακας δεν είναι αντιστρεψιμος.

***Άσκηση 10:***

**Σωστή: Α**

$\begin{matrix}0.003000&55.23\\6.239&-7.123\end{matrix}$\*$\begin{matrix}x1\\x2\end{matrix} $=$\begin{matrix} 58.12\\ 47.23\end{matrix}$

 Ομοίως πολλαπλασιάζουμε με το 6.239/0.003000 την 1η γραμμή και την αφαιρούμε από την 2η και οδηγούμαστε =>

 $\begin{matrix}0.003000&55.23\\0&-114800\end{matrix}$\*$\begin{matrix}x1\\x2 \end{matrix}$=$ \begin{matrix}58.12\\-120700\end{matrix}$

Προς τα πίσω αντικατάσταση:

114800 \* x2 =120700 => x2=1.051

0.003000 \*x1 +55.23\*x2 = 58.12 =>0.003000 \*x1 + 58.04 = 58.12 =>

0.003000 \*x1 = 0.08 => x1=26.66

***Άσκηση 11:***

**Σωστή: Α (ίδια με την 10)**

Από την θεωρια ξερουμε ότι η απαλοιφη του Gauss με οδηγηση μπορει να διευκολυνει τις πραξεις αλλα δεν υπαρχει καμια διαφορα από την απαλοιφη του Gauss χωρις την οδηγηση.

***Άσκηση 12:***

**Σωστή: D**

Βλέπω ότι ο δευτερος πινακας προεκυψε από τον πρωτο με απαλοιφη του Gauss αρα η οριζουσα του πρωτου θα είναι ιδια με του δευτερου.Η οριζουσα του δευτερου πινακα επειδη είναι ανω τριγωνικος είναι το γινομενο των στοιχειων της διαγωνιου αρα:

det(A)=(4,2857 \* 10^7 )\* (3,7688 \*10^5) \* -26,9140 \* (5,62500 \* 10^5) = -2445 \* 10^17 = -2,445 \* 10^20

***Άσκηση 13:***

Διαιρούμε την γραμμή 1 με 25 και πολλαπλασιάζουμε αυτή με 64, δηλαδή, 64/25=2.56

([25 5 1] [106.81]) × 2.56 μετασχηματίζει γραμμή 1 ως

[64 12.8 2.56] [273.408]

και την αφαιρούμε από την γραμμή 2 για να πάρουμε

$\begin{matrix}25&5&1\\0&-4,8&-1,56\\144&12&1\end{matrix}$ \* $\begin{matrix}α1\\α2\\α3\end{matrix}$ = $\begin{matrix}106,81\\-96,208\\279,2\end{matrix}$

Διαιρούμε την γραμμή 1 με 25 και την πολλαπλασιάζουμε με 144, δηλαδή, 144/25=5.76

([25 5 1] [106.81]) × 5.76 μετασχηματίζει γραμμή 1 ως

[144 28.8 5.76] [615.168]

Αφαιρούμε το αποτέλεσμα από την γραμμή 3 για να πάρουμε

$\begin{matrix}25&5&1\\0&-4,8&-1,56\\0&-16,8&-4,76\end{matrix}$ \* $\begin{matrix}α1\\α2\\α3\end{matrix}$ = $\begin{matrix}106,81\\-96,208\\279,2\end{matrix}$

([0 -4,8 -1,56] [-96,208]) \* -16,8/-4,8

Κανοντας τις πραξεις εχουμε το αποτελεσμα:

[0 -16,8 -5,46] [336,728]

Αφαιρουμε την γραμμη αυτή από την τριτη γραμμη και εχουμε τον τελικο πινακα:

$$\begin{matrix}25&5&1\\0&-4,8&-1,56\\0&0&0,70416\end{matrix}$$

Πισω αντικατασταση:

0.7\*α3 = 0.76

α3=0.7/0.76

α3=1.08571

-4,8\*α2 -1,56\*α3 = -96,208

α2=-96,208 + 1,56\*α3 / -4,8

=-96,208 + 1,56 \* 1,08571 / -4,8

α2 = 19,6905

Το βημα 3 της πισω αντικαταστασης είναι :

25\*α1 + 5\*α2 + α3 = 106,8 =>

* 25\*α1 + 5\*19,6905 + 1,08571 = 106,8 =>
* 25\*α1 + 98,4525 + 1,08571 = 106,8 =>
* 25\*α1 = 7,26179 =>
* α1 = 0,29047

***Άσκηση 14:***

$\begin{matrix}20&15&10\\-3&-2,249&7\\5&1&3\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\1,751\\9\end{matrix}$

Πολλαπλασιαζουμε την πρωτη γραμμη επι τον πολλαπλασιαστη -3/20 = -0,15 και επειτα την αφαιρουμε από την δευτερη και προκυπτει:

$\begin{matrix}20&15&10\\0&0,001&8,5\\5&1&3\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\8,501\\9\end{matrix}$

Πολλαπλασιαζουμε την πρωτη γραμμη επι τον πολλαπλασιαστη 5/20 = 0,25 και επειτα την αφαιρουμε από την τριτη και προκυπτει:

$\begin{matrix}20&15&10\\0&0,001&8,5\\0&-2,75&0,5\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\8,501\\-2,25\end{matrix}$

Πολλαπλασιαζουμε την δευτερη γραμμη επι τον πολλαπλασιαστη -2,75/0,001 = -2750 και επειτα την αφαιρουμε από την τριτη και προκυπτει:

$\begin{matrix}20&15&10\\0&0,001&8,5\\0&0&23375,5\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\8,501\\-23380\end{matrix}$

Προς τα πισω αντικατασταση:

x3\*23375,5 = -23380 =>

* x3 = -1,000192509251139

x2 \* 0,001 + 8,5\*x3 = 8,501 =>

* x2\*0,001 + 8,501636328634682 = 8,501 =>
* x2\*0,001 = -6,363286346816111e^-4 =>
* x2 = 0,6363286346816111

x1\*20 + x2\*15 + x3\*10 = 45 =>

* x1\*20 + 9,544929520224166 + 8,501636328634682 = 45 =>
* x1 = -26,95343415114115 / 20 =>
* x1 = -1,347671707557058

Επομένως είναι εμφανές ότι όσο στρογγυλοποιήσαμε κατά την διάρκεια των πράξεων, μειώνοντας την ακρίβεια των ψηφίων, τόσο θα πλησιάζαμε τελικά στο 1.

***Άσκηση 15:***

Όπως φαίνεται αν γραψουμε τα αποτελεσματα χωρις την ακριβεια των 5 ψηφίων θα παρουμε τα αποτελεσματα της ασκησης 14. Δηλαδη οι τιμες των αποτελεσματων απλά περιοριστηκαν στο 1.

***Άσκηση 16:***

**Σωστή: Β, C, D**

Βλέποντας από τον πίνακα της επιλογής Α φαίνεται ότι δεν περιέχει τους σωστούς συντελεστές, όπως το 176 που έπρεπε να είναι 196.

***Άσκηση 17:***

Η εφαρμογή με οδήγηση στην 15 άσκηση είναι, έχοντας το βήμα 1 από την εκφώνηση της 15, οδηγούμαστε στο 2ο βήμα, όπου μετά από αυτό εναλλάσσουμε την 2η με την 3η στήλη, θέλοντας να μεταφέρουμε το μεγαλύτερο στοιχείο 8,5 της 2ης και της 3ης γραμμής στην θέση του οδηγού…

Και προκύπτει:

$\begin{matrix}20&10&15\\0&8,5&0,001\\0&0,05&-2,75\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\8.501\\- 2.25\end{matrix}$ **=>**

(πολλ/ζουμε την 2η γραμμή με το 0,5/8,5 και την αφαιρούμε από την 3η γραμμή)

* $\begin{matrix}20&10&15\\0&8,5&0,001\\0&0&-2,7500588\end{matrix}$**\***$\begin{matrix}x1\\x2\\x3\end{matrix}$ **=** $\begin{matrix}45\\8.501\\- 2.7498\end{matrix}$

Ενώ η πίσω αντικατάσταση βγάζει τα ίδια αποτελέσματα με την απλή μέθοδο Gauss της άσκησης 15.

***Άσκηση 18:***

Προφανώς. Ενώ για την ορίζουσα του πίνακα έχω…

$\begin{matrix}10&-7&0\\0&-0,001&6\\5&-1&5\end{matrix}$ **=>** $\begin{matrix}10&-7&0\\0&-0,001&6\\0&2,5&5\end{matrix}$ **=>** $\begin{matrix}10&-7&0\\0&-0,001&6\\0&0&-14995\end{matrix}$

Η οριζουσα του πινακα είναι το γινομενο των στοιχειων της διαγωνίου(δηλ. των οδηγών).

**Det(A) = 149,95**